Ej-Examen-Estadistica.pdf

user_b3M0

Matematicas y Estadistica

1º Grado en Farmacia

Facultad de Farmacia - Campus Álava
Universidad del País Vasco/Euskal Herriko Unibertsitatea

Reservados todos los derechos.
No se permite la explotación económica ni la transformación de esta obra. Queda permitida la impresión en su totalidad.

Orbit ¿DÍA DE CLASES infinitas?

Sean los sucesos A y B tales que $P(A) = 0'6$, $P(A \cap B) = 0'3$ y $P(A^c/[A \cup B^c]) = 0'4$. Calcular $P(B)$.

Solución: Notemos que

$$\begin{aligned} P(A^c/[A \cup B^c]) = & \frac{P(A^c \cap [A \cup B^c]}{P(A \cup B^c)} = \frac{P(A^c \cap B^c)}{P(A \cup B^c)} = \frac{P([A \cup B]^c)}{P(A \cup B^c)} = \frac{1 - P(A \cup B)}{P(A \cup B^c)} \\ = & \frac{1 - P(A) - P(B) + P(A \cap B)}{P(A) + P(B^c) - P(A \cap B^c)} = \frac{1 - P(A) - P(B) + P(A \cap B)}{P(A) + 1 - P(B) - P(A) + P(A \cap B)} \end{aligned}$$

Luego

$$0'4 = \frac{1 - 0'6 - P(B) + 0'3}{0'6 + 1 - P(B) - 0'6 + 0'3} \Rightarrow P(B) = 0'3.$$

Un tratamiento para la esterilización de las palomas, tiene una efectividad del 90 %. Si se aplica a un total de 100 palomas, calcular la probabilidad de que el número de palomas esterilizadas sea mayor que 87.

Solución: Estamos en el caso de una distribución binomial $X = B(100, 0'9)$, y nos piden

$$P[X > 87].$$

Observemos que $np = 90 > 5$ y $nq = 10 > 5$, luego la variable X se puede aproximar por una distribución normal

$$Y = N(np, \sqrt{npq}) = N(90, 3).$$

Por lo tanto

$$P[X > 87] = P[Y \geq 86{,}5] = P\left[N(0,1) \geq \frac{86{,}5 - 90}{3} = -1'16\right] = P\left[N(0,1) \leq 1'16\right] = 0'8770.$$

masca y fluye

WUOLAH

Reservados todos los derechos. No se permite la explotación económica ni la transformación de esta obra. Queda permitida la impresión en su totalidad.

Una empresa farmacéutica elabora un fármaco que contiene arsénico y paracetamol. Cada dosis no puede tener más de 0′005 mg. de arsénico y como mínimo 0′65 mg. de paracetamol. En una muestra de 101 dosis se obtienen los siguientes datos:

Arsénico: media 0′0062 mg., varianza 0′007 mg. Paracetamol: media 0′62 mg., varianza 0′02 mg.

La empresa afirma que su fármaco cumple las condiciones prescritas. Contrastar la afirmación de la empresa, con un nivel de significación $\alpha = 0{,}01$.

Solución: Son dos problemas de contrastes de hipótesis para la media de una población normal, con varianza desconocida.

Arsénico: Hipótesis nula $\mu_0 \leq 0'001$, contraste unilateral superior. Se acepta si

$$\frac{\hat{\mu}_0 - \mu_0}{s_0/\sqrt{\boldsymbol{n}}} \leq t_{\boldsymbol{n-1},1-\alpha} \Leftrightarrow \frac{0'0062 - 0'005}{s_0/\sqrt{101}} \leq t_{100,0'99} \Leftrightarrow \frac{0'0012}{s_0/\sqrt{101}} \leq 2'3642.$$

Notemos que

$$s_0^2 = \frac{\boldsymbol{n}}{\boldsymbol{n-1}}\hat{\sigma}_0^2 \Rightarrow \frac{s_0}{\sqrt{\boldsymbol{n}}} = \frac{\hat{\sigma}_0}{\sqrt{\boldsymbol{n-1}}} = \frac{\sqrt{0'007}}{\sqrt{100}} = 0'0083.$$

Finalmente, comparando las expresiones, aceptamos la hipótesis si

$$\frac{0'0012}{0'0083} = 0'1445783132 \leq 2'3642. \quad \text{Se acepta}$$

Paracetamol Hipótesis nula $\mu_0 \geq 0'65$, contraste unilateral inferior. Se acepta si

$$\frac{\hat{\mu}_0 - \mu_0}{s_0/\sqrt{\boldsymbol{n}}} \geq -t_{\boldsymbol{n-1},1-\alpha} \Leftrightarrow \frac{0'62 - 0'65}{s_0/\sqrt{101}} \geq -t_{100,0'99} \Leftrightarrow \frac{-0'03}{s_0/\sqrt{101}} \leq 2'3642.$$

Operando como en el caso anterior, resulta

$$\frac{s_0}{\sqrt{\boldsymbol{n}}} = 0'01414213562.$$

Luego, se acepta la hipótesis si

$$\frac{-0'03}{0'01414213562} \geq -2'3642 \Leftrightarrow -2'121320344 \geq -2'3642. \quad \text{Se acepta}$$

Reservados todos los derechos. No se permite la explotación económica ni la transformación de esta obra. Queda permitida la impresión en su totalidad.

WUOLAH

¿Día de clases infinitas? Masca y fluye - Orbit

Sean los sucesos A y B tales que $P(A) = 0'6$, $P(B) = 0'625$ y $P(A^c/[A \cup B^c]) = 0'2$. ¿Serán A y B independientes? Razonar la respuesta.

Solución: Notemos que

$$P(A^c/[A \cup B^c]) = \frac{P(A^c \cap [A \cup B^c]}{P(A \cup B^c)} = \frac{P(A^c \cap B^c)}{P(A \cup B^c)}.$$

Luego A y B son independientes si y sólo si

$$P(A^c/[A \cup B^c]) = \frac{P(A^c)P(B^c)}{P(A) + P(B^c) - P(A)P(B^c)} = \frac{0'4 \cdot 0'375}{0'6 + 0'375 - 0'6 \cdot 0'375} = 0'2.$$

Por lo tanto, los sucesos A y B son independientes.

Un tratamiento para eliminar ratas, tiene una efectividad del 85 %. Si se aplica a un total de 100 ratas, calcular la probabilidad de que el número de ratas eliminadas sea mayor que 87.

Solución: Estamos en el caso de una distribución binomial $X = B(100, 0'85)$, y nos piden

$$P[X > 87].$$

Observemos que $np = 85 > 5$ y $nq = 10 > 15$, luego la variable X se puede aproximar por una distribución normal

$$Y = N(np, \sqrt{npq}) = N(85, 3'57).$$

Por lo tanto

$$P[X > 87] = P[Y \geq 87{,}5] = P\left[N(0,1) \geq \frac{87{,}5 - 85}{3'57} = 0'7\right] = 1 - P\left[N(0,1) \leq 0'7\right] = 0'242.$$

Reservados todos los derechos. No se permite la explotación económica ni la transformación de esta obra. Queda permitida la impresión en su totalidad.

WUOLAH

¿Día de clases infinitas? Masca y fluye - Orbit

¿DÍA DE CLASES infinitas?

Una empresa asegura que su fármaco tiene una efectividad del 95 %. Se aplica dicho tratamiento a 100 pacientes. Se han curado 90 de ellos. Una empresa rival afirma que la efectividad es menor del 90 % , y pone como prueba una muestra de 120 pacientes, de los que se han curado 115. Contrastar estas afirmaciones, con un nivel de significación $\alpha = 0'01$.

Solución: Son dos problemas de contrastes de hipótesis para el parámetro p de una distribución binomial.

Empresa (A): Hipótesis nula $p_0 \geq 0'95$, contraste unilateral inferior. Se acepta si

$$\frac{\hat{p}_0 - p_0}{\sqrt{\frac{\hat{p}_0(1-\hat{p}_0)}{\mathbf{n}}}} \geq -z_\alpha \Leftrightarrow \frac{0'9 - 0'95}{\sqrt{\frac{0'95 \cdot 0'05}{100}}} \geq -2'326 \Leftrightarrow -2'294157338 \geq -2'326.$$

Luego, se acepta.

Empresa (B): Hipótesis nula $p_0 \leq 0'9$, contraste unilateral superior. Se acepta si

$$\frac{\hat{p}_0 - p_0}{\sqrt{\frac{\hat{p}_0(1-\hat{p}_0)}{\mathbf{n}}}} \leq z_\alpha \Leftrightarrow \frac{(115/120) - 0'9}{\sqrt{\frac{(115/120) \cdot (5/120)}{120}}} \leq 2'326 \Leftrightarrow 3'1978 \leq 2'326$$

Se acepta.

masca y fluye

WUOLAH

Reservados todos los derechos. No se permite la explotación económica ni la transformación de esta obra. Queda permitida la impresión en su totalidad.